7 MATEMATICKÝ MODEL ČINNOSTI SEKVENČNÉHO OBVODU

Konečný automat predstavuje **matematický model** sekvenčného obvodu.

Konečný automat A je usporiadaná pätica

$$\mathbf{A = (X, S, Y, \delta, \lambda,)} \quad (7.1)$$

kde **X** je konečná neprázdna množina symbolov $\mathbf{X_1, X_2, ..., X_N}$, ktorej prvky sa nazývajú vstupné stavy

S - konečná neprázdna množina symbolov $\mathbf{S_1, S_2, ..., S_R}$, ktorej prvky sa nazývajú vnútorné stavy automatu;

Y - konečná neprázdna množina symbolov $\mathbf{Y_1, Y_2, ..., Y_M}$, ktorej prvky sa nazývajú výstupné stavy automatu

δ - prechodová (vnútorná) funkcia automatu $\boldsymbol{\delta: S \times X \rightarrow S}$ pre $\mathbf{S_i \in S, X_j \in X}$ **)**

λ - výstupná funkcia automatu, zobrazenie : $\mathbf{S \times X \rightarrow Y}$ **(Mealy)** prípadne $\boldsymbol{\lambda': S \rightarrow Y}$ (**Moore**)

Pri zavedenom diskrétnom čase **t** bude sa teda činnosť obvodu chápať takto:

$$\mathbf{S(t + 1) = \delta[S(t), X(t)]} \quad (7.2)$$

$$\mathbf{Y(t) = \lambda[S(t), X(t)],} \quad (7.3)$$

prípadne pre automat typu Moore

$$\mathbf{Y(t) = \lambda'[S(t)]} \quad (7.3a)$$

kde $S(t + 1) \in S$, $S(t) \in S$, $X(t) \in X$, $Y(t) \in Y$, pričom **S(t), X(t), Y(t)** predstavujú vnútorný, vstupný resp. výstupný stav obvodu v čase (takte) **t** a **S(t + 1)** je nasledujúci vnútorný stav.

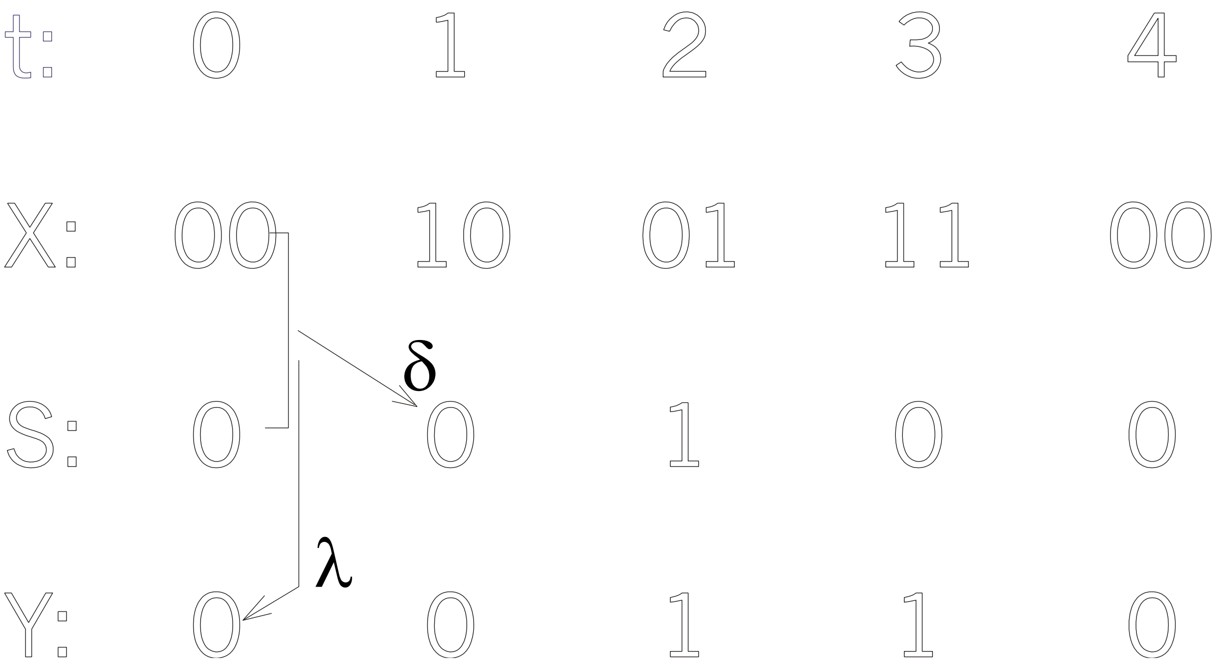
Tab. 7.1a Tabuľka prechodov

X(t) / S(t)	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	0	2
2	2	0	0	2

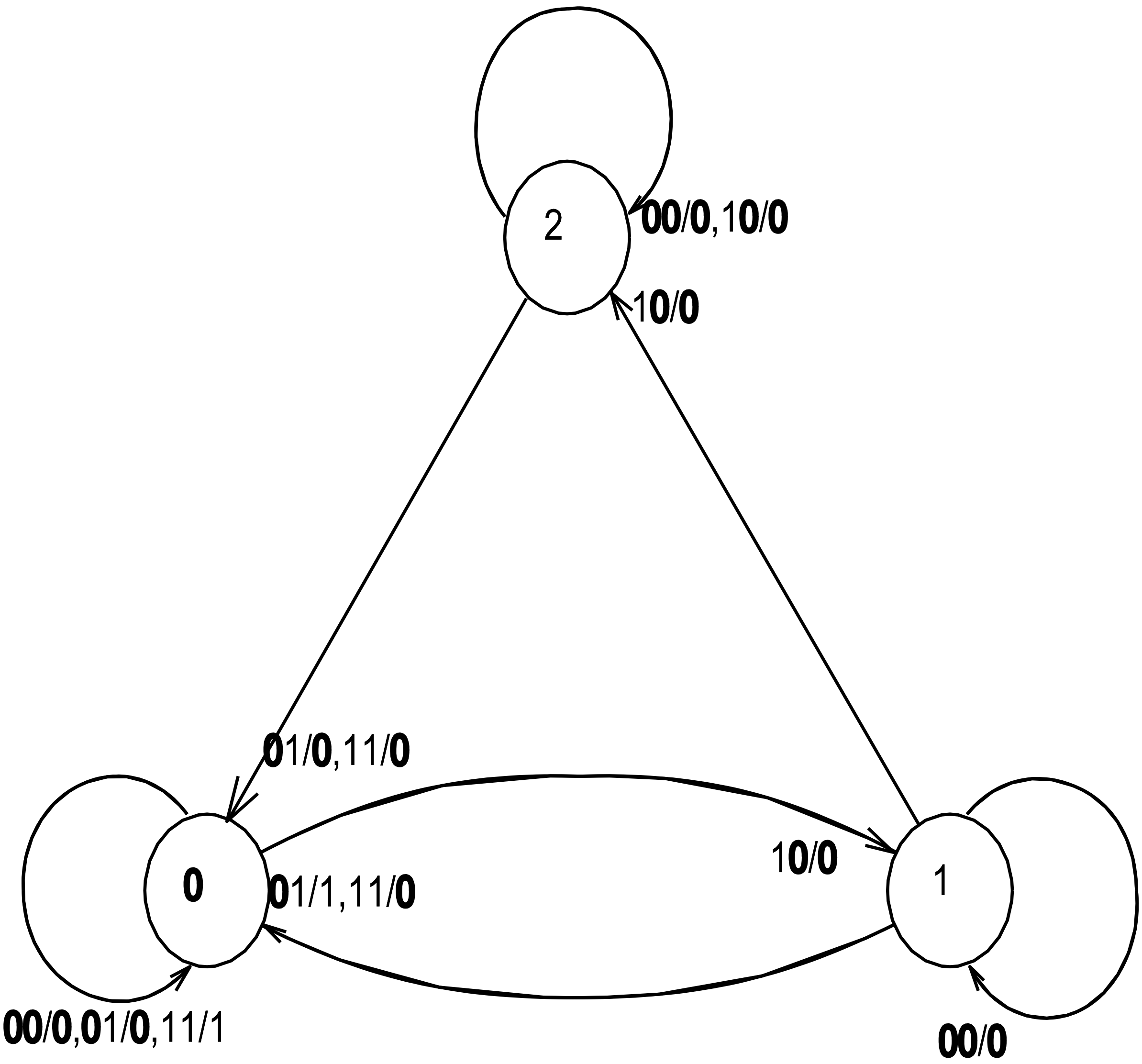
Tab. 7.1b. Tabuľka výstupov

X(t) / S(t)	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	0	0
2	0	0	0	0

.



Obr. 7.1 Odozva automatu **A** na vstupné slovo **00 10 01 11 00**

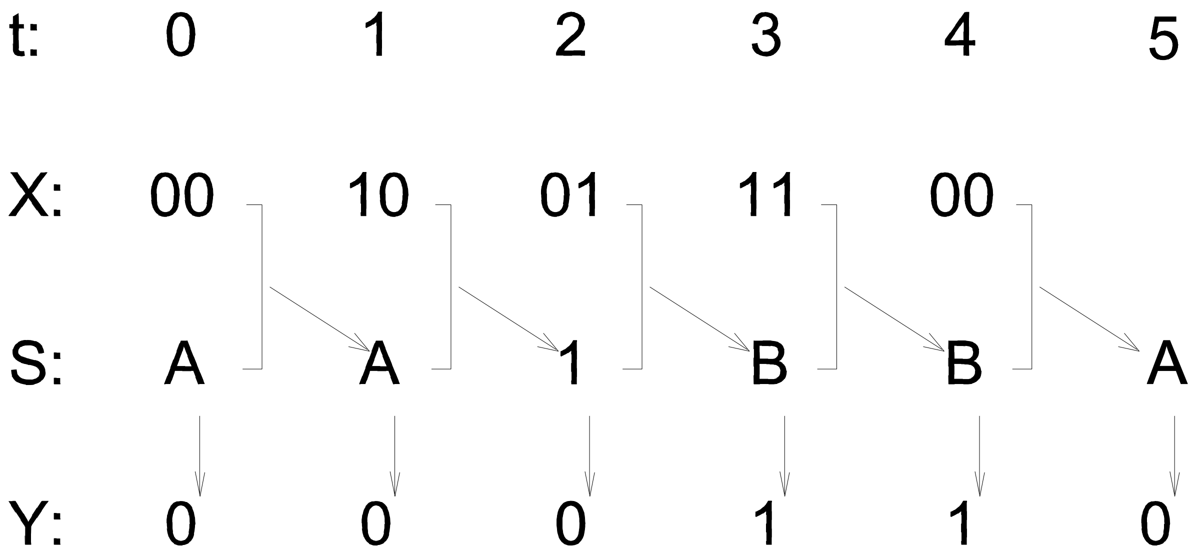


Obr. 7.2 Graf prechodu automatu typu Mealy

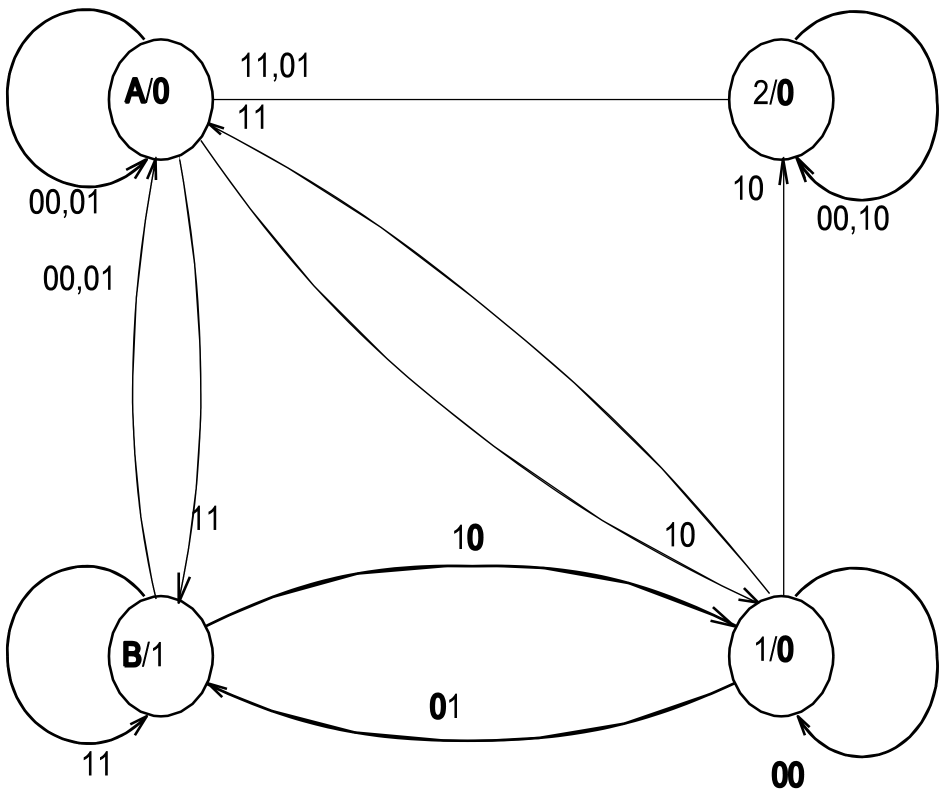
.

Tab. 7.2 Tabuľka prechodov a výstupov automatu typu Moore

X(t) S(t)	00	01	11	10	Y(t)
A B 1 2	A A 1 2	A A B A	B B A A	1 1 2 2	0 1 0 0



Obr. 7.3 Odozva automatu A' typu Moore na vstupné slovo 00 10 01 11 00



Obr. 7.4 Graf prechodov automatu typu Moore

Tab. 7.3 Inverzná prechodová tabuľka automatu typu Mealy

S(t)	S(t+1)	X(t)/Y(t)
0	0	00/0, 01/0, 11/1
0	1	10/0
1	0	01/0, 11/1
1	1	00/0
1	2	10/0
2	0	01/0, 11/0
2	2	00/0, 10/0

Zovšeobecnená prechodová δ^* a výstupná λ^* funkcia

$\delta^*: S \times X^* \rightarrow S$

$\lambda^*: S \times X^* \rightarrow Y$

kde X^* je množina všetkých vstupných slov konečnej dĺžky včítane prázdneho slova Λ.

Prázdne slovo Λ predstavuje slovo s dĺžkou **0**.

matematická abstrakcia, ktorá má podobný význam ako **0** pri číslach.

Normálnym tvar zadania konečného automatu

- korešpondencia medzi vstupnými a im zodpovedajúcimi výstupnými slovami rovnakej dĺžky.
- $X_1X_3X_3X_1$
- $Y_2Y_1Y_2Y_2$
- automat vytvára transformáciu slov resp.
- automat indukuje sekvenčné zobrazenie.

Sekvenčné zobrazenie - zachováva dĺžku slov a zobrazenie počiatočných úsekov slov.

Pre každé sekvenčné zobrazenie existuje konečný automat A = **(X, S, Y, δ, λ),** ktorý pri niektorom počiatočnom stave $\mathbf{S_0}$ toto zobrazenie indukuje.

Iterované slovo - množina slov tvorená p-násobným opakovaním určitého slova, kde **p** je ľubovoľné prirodzené číslo.

Opakované slovo budeme uzatvárať do „iteračných“ zátvoriek: **{}**.

Napr. pre iterované slová $\mathbf{\{X_1X_2X_1\}}$ platí

$$\{X_1X_2X_1\} = \Lambda + X_1X_2X_1 + X_1X_2X_1X_1X_2X_1 + \ldots + \underbrace{X_1X_2X_1X_1X_2X_1\ldots X_1X_2X_1}_{p\text{ - krát}} + \ldots$$

kde Λ znamená prázdne slovo.

Pri vytváraní slov sa môžu spájať ich jednoduché a iteratívne časti a tak môžu vznikať slová:

- úplne cyklické: $\mathbf{\{X_1X_2X_1\}}$
- s cyklickým koncom: $\mathbf{X_2X_1X_3\ \{X_3X_2\}}$
- s cyklickým začiatkom: $\mathbf{\{X_3X_2\}\ X_1X_3X_2}$ a pod.

Zadanie automatu vo forme **regulárnych výrazov,** tvorených vstupnými slovami, ktoré vedú na ten istý výstup.

Napr. pre vstupno-výstupnú korešpondenciu

$$\mathbf{X_1X_2X_1X_3X_1X_3X_1}$$

$$\mathbf{Y_1Y_2Y_2Y_1Y_2Y_2Y_1}$$

regulárny výraz

$$\mathbf{R_1 = X_1 + X_1X_2X_1X_3 + X_1X_2X_1X_3X_1X_3X_1}$$

označuje udalosť, resp. množinu udalostí, pri ktorých sa na výstupe automatu objaví výstupný stav $\mathbf{Y_1}$.

Hovoríme, že automat výstupom $\mathbf{Y_1}$ rozpoznáva udalosť $\mathbf{R_1}$.

Ak sa v normálnom tvare zadania vyskytujú iterované slová, určí sa regulárny výraz rovnakým spôsobom. Napr. pre korešpondenciu

$$\mathbf{X_3X_1\ \{X_3X_2\}}$$

$$\mathbf{Y_2Y_1\ \{Y_2Y_1\}}$$

platí, že $\mathbf{R_1 = X_3X_1 + X_3X_1\ \{X_3X_2\}}$

$\mathbf{R_2 = X_3 + X_3X_1\ \{X_3X_2\}\ X_3}$

Regulárnym výrazom je

prázdna množina $\varnothing$,

prázdne slovo Λ a

ľubovoľný prvok X_i z množiny vstupov **X**.

Ak **P** a **Q** sú regulárne výrazy, potom sú nimi aj

zjednotenie **P + Q**,

zreťazenie **P . Q** a

iterácia **{P}.**

Udalosť **R** nad **X** je regulárna práve vtedy, ak existuje konečný automat $(X, S, Y, \delta, \lambda)$, ktorý z niektorého začiatočného stavu $S_0 \in S$ rozpoznáva udalosť **R** niektorým výstupom $Y_j \in Y$.

Pre zjednotenie, zreťazenie a iteráciu regulárnych udalostí platia nasledujúce pravidlá

$\Lambda . P = P . \Lambda = P$	$\{\varnothing\} = \Lambda$
$P . \varnothing = \varnothing . P = \varnothing$	$\{\Lambda\} = \Lambda$
$P + \varnothing = P$	$\{\{P\}\} = \{P\}$
$P + P = P$	$\{P\} = \Lambda + P\{P\}$
$P + Q = Q + P$	$P.\{P\} = \{P\}.P$
$P + (Q + R) = (P + Q) + R$	$\{P\}.\{P\} = \{P\}$
$P . (Q . R) = (P . Q) . R$	$\{P\} + P = \{P\}$
$P . (Q + R) = P . Q + Q . R$	
$(P + Q) . R = P . R + Q . R$	

Univerzálnou udalosťou X^* nazývame množinu všetkých vstupných slov konečnej dĺžky. Pre vstupnú abecedu $X = \{X_1, X_2, ..., X_n\}$ univerzálnu udalosť možno vyjadriť ako iteráciu zjednotenia všetkých symbolov vstupnej abecedy

$$X^* = \{X_1 + X_2 + ... + X_n\} = \Lambda + X_1 + X_2 + ... + X_n + (X_1 + X_2 + ... + X_n)^2 + ... + (X_1 + X_2 + ... + X_n)^i + ... =$$

$$= \Lambda + X_1 + X_2 + ... + X_n + X_1X_1 + X_1X_2 + ... + X_nX_n + ... + X_1X_2...X_i + ...$$

Konečný automat sa môže zadávať ako program.

Formálne sa môže **program** definovať ako postupnosť

P: $I_1, I_2, ..., I_R$

pričom **I_i; $1 \leq i \leq R$** sú inštrukcie tvaru:

a) i: Y_k, j; $i \neq j$

b) i: $X_{i1} / Y_{k1}, j_1, X_{i2} / Y_{k2}, j_2, ..., X_{iq} / Y_{kq}, j_q$

c) i: STOP

kde **X_i** sú logické podmienky charakterizujúce stav riadenej sústavy

Y_i - výstupy pre generovanie operácií v riadenej sústave

i, j - sú celé čísla z intervalu **<1, R>** označované ako návestia

STOP - špeciálny symbol

Predpokladá sa, že logické podmienky v čase vykonávania inštrukcií typu **b** spĺňajú podmienky:

$$X_{iu} \cdot X_{iv} = 0 \text{ pre } u \neq v; \quad \sum_{u=1}^{k} x_{i_u} = 1$$

Program môže byť zapísaný vo forme vývojového diagramu, z ktorého je jednoduchý prechod na graf konečného automatu.

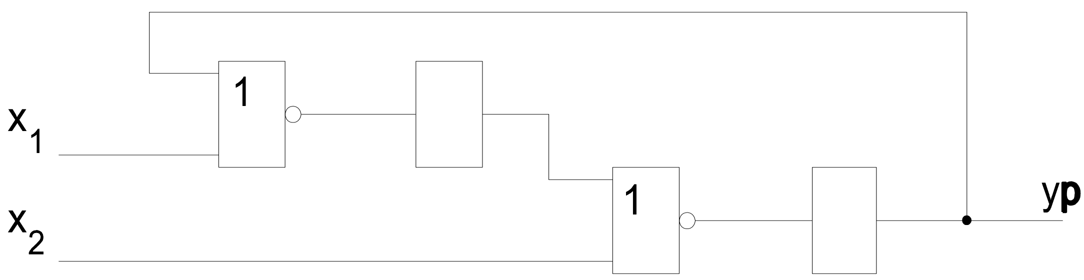
Rozšírený automat:

δ: S x X → S', kde S' = S ∪ {-}

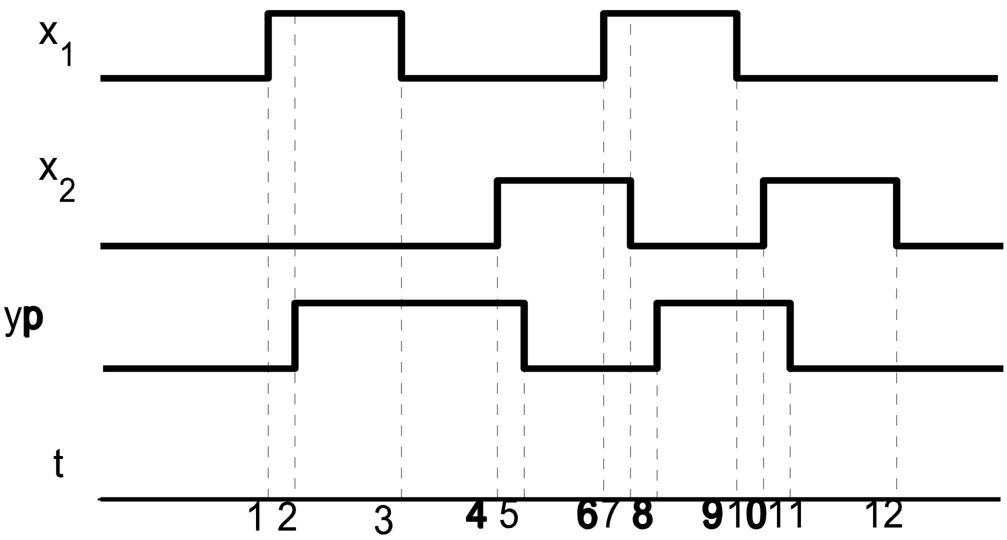
λ: S x X → Y', resp. λ: S → Y', kde Y' = Y ∪ {-}

Diskrétne systémy, v ktorých je čas definovaný pomocou zmien vstupných, prípadne vnútorných, premenných sa obvykle nazývajú **asynchrónne systémy.**
Diskrétny čas sa definuje ako postupnosť bodov na časovej osi, v ktorých sa mení hociktorá vstupná alebo vnútorná premenná.

a)



b)



Obr. 7.7 Štruktúrna schéma asynchrónneho obvodu (a) a jemu zodpovedajúce časové priebehy premenných (b)

Pre jednoznačnú činnosť systému priebehy vstupných premenných musia spĺňať podmienku, aby zmena na vstupe nastávala iba vtedy, keď je systém v stave pokoja

- asynchrónny systém pracuje vo **fundamentálnom režime**.

Automat $\mathbf{A = (X, S, Y, \delta, \lambda)}$ sa nazýva fundamentálny práve vtedy, ak pre každý stav $\mathbf{S_a} \in \mathbf{S}$ a vstup $\mathbf{X_p} \in \mathbf{X}$ existuje celé číslo $\mathbf{k > 0}$ také, že platí

$$\boldsymbol{\delta^*(S_a, X_p^k) = \delta^*(S_a, X_p^{k+1})} \qquad (7.5)$$

kde $\mathbf{X_p^k}$ značí vstupné slovo tvorené **k** symbolmi $\mathbf{X_p}$ za sebou.

Stav $\mathbf{S_b} \in \mathbf{S}$ automatu $\mathbf{A = (X, S, Y, \delta, \lambda)}$, pre ktorý platí

$$\boldsymbol{\delta(S_b, X_p) = S_b} \qquad (7.6)$$

sa nazýva **stabilný pri vstupe** $\mathbf{X_p} \in \mathbf{X}$.

Rád fundamentálneho automatu - najväčší počet prechodov medzi dvoma stabilnými stavmi**.**

I**mpulzný režim**, činnosti v ktorom diskrétny čas sa mení iba pri zmenách vstupných premenných z hodnoty **0** na **1**.

V impulznom režime sa nepripúšťa súčasná zmena z **0** na **1** viac než jednej vstupnej premennej. Okrem toho sa obvykle predpokladá iba postupnosť vstupov typu

$$\mathbf{X_0X_{i1}\ X_0X_{i2}\ X_0X_{i3}\ ...,}$$

kde $\mathbf{X_0}$ predstavuje nulovú n-ticu hodnôt vstupných premenných $\mathbf{x_1, x_2, ..., x_n}$ a $\mathbf{X_{ij}}$ predstavuje n-ticu, ktorá obsahuje iba jednu hodnotu **1**.

V prípade impulzného režimu predpokladáme automat typu Moore.

Hlavné úlohy - **analýza a syntéza obvodu**.

Abstraktná syntéza- na základe zadaného chovania systému sa určí množina stavov a určí prechodová a výstupná funkcia automatu zvoleného typu (Moore, Mealy).

Štruktúrna syntéza - prechod od zostaveného abstraktného automatu k jeho technickej realizácii sekvenčným obvodom s popísanými funkčnými prvkami.